УДК 624.012.45 : 620.17

Н.В.ГРИНЕВА, канд. техн. наук, Е.Е.МАНДРИЧЕНКО
Харьковская национальная академия городского хозяйства

ЗНАЧЕНИЕ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ КРИВЫХ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ МОРА ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ХРУПКИМ МАТЕРИАЛАМ

Кратко изложено формирование теоретического аппарата с привлечением различных кривых для расчета прочности хрупких материалов типа бетон.

Определение несущей способности конструкций требует во многих случаях рассмотрения их объемно-напряженного состояния, в частности, при местном сжатии, изгибе плит, опертых по контуру, косвенном армировании, усилении обоймами и т.д., что играет большое научно-практическое значение при проектировании сложно-напряженных железобетонных конструкций.

Из числа предложенных различными авторами теорий прочности особое внимание привлекают критерии прочности, сформулированные Мором и Филоненко-Бородичем, получившие дальнейшее развитие в работах [1-7], но на современном этапе еще нуждается в дальнейшей корректировке, в частности при исследовании различных альтернативных кривых второго порядка.

Исследования многих авторов приводят к выводу, что применительно к материалам с существенно различным сопротивлением сжатию и растяжению, теория прочности Мора обладает несомненными достоинствами и является экспериментально обоснованной. Особо следует отметить, что помимо критических напряжений эта теория позволяет определить положение поверхности разрушения и величину соответствующих нормальных и касательных напряжений.

О.Мор сформулировал теорию прочности на основе широкого обобщения имевшихся экспериментальных представлений, полагая, что причиной разрушения являются касательные напряжения, критическое значение которых зависит от нормальных напряжений.

Дальнейшее развитие и обобщение теория Мора получила в работах М.М.Филоненко-Бородича [6], где учитывается также промежуточное главное напряжение и строится огибающая поверхность, характеризующая условие прочности. Однако, в большинстве случаев, встречающихся в практике проектирования, промежуточное главное напряжение не оказывает существенного влияния, поэтому теория Мора приобретает большое практическое значение.

Основным вопросом при привлечении критерия прочности Мора является выбор вида кривой, огибающей кругов Мора, которая в конечном виде предопределяет величину предельных напряжений.

Цель данной статьи заключается в предложении более целесообразного вида огибающей кругов Мора, что важно при определении более точной формулы по расчету несущей способности центрально сжатых железобетонных конструкций с косвенным армированием.

Наиболее простое очертание огибающей в виде касательной к кругам сжатия и растяжения не может быть использовано, так как при этом сопротивление всестороннему растяжению оказывается больше одноосного, что не подтверждается ни одним из опытов.

Более удовлетворительной формой огибающей является кривая в виде параболы, с той особенностью, что ее вершина совпадает с крайней точкой круга растяжения и имеется общая точка касания с кругом сжатия.

Такая форма огибающей впервые была рассмотрена Леоном. В дальнейшем М.А.Розенблюмас [7] показал, что возможность этого вида огибающей допустима только при коэффициенте хрупкости $C = R_C / R_P \geq 3$. Сопоставление результатов многочисленных опытов устанавливает, что при этой форме огибающей фактические значения критических усилий оказываются несколько заниженными по сравнению с опытными данными.

На основании проведенных исследований установлено, что более целесообразным видом огибающей является гипербола, которая, имея два параметра, обладает большей гибкостью, что позволяет достаточно точно отразить фактические свойства того или иного материала.

Если представить теорию Мора в инвариантной координатной системе, то условие прочности будет выражаться граничной поверхностью с осью, равнонаклонной к осям главных напряжений тела вращения в виде параболоида или двухполостного гиперболоида.

Анализируя поверхности вращения второго порядка, М.М.Филоненко-Бородич приходит [6] к выводу, что если известны сопротивление осевому сжатию R_C и растяжению R_P, то условие прочности соответствующее этой поверхности, можно записать в виде:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\gamma(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (R_C - R_P)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = R_C R_P . \quad (1)$$

Давая параметру γ различные значения из уравнения, как частный случай могут быть получены условия пластичности Мизеса-Генки ($\gamma = 1/2$; $R_C = R_P$), условие прочности для хрупких материалов

П.П.Баландина ($\gamma = 1/2$; R_C > R_P) и различные другие условия прочности [1].

При сопоставлении рассматриваемых двух методов определения критических напряжений выявлено, что значения предела прочности могут быть получены идентичными при соответствующем выборе параметра огибающей кругов Мора и параметра граничной поверхности. Представилось возможным установить, что огибающая кругов Мора в виде гиперболы с параметром $\alpha = b/a = 0,65$ (рисунок) может достаточно точно описывать сопротивление объемному сжатию бетона, при различных значениях коэффициента хрупкости C.

При этом уравнение огибающей записывается в виде:

$$\tau^2 = \alpha^2 x^2 + 2px R_p , \tag{2}$$

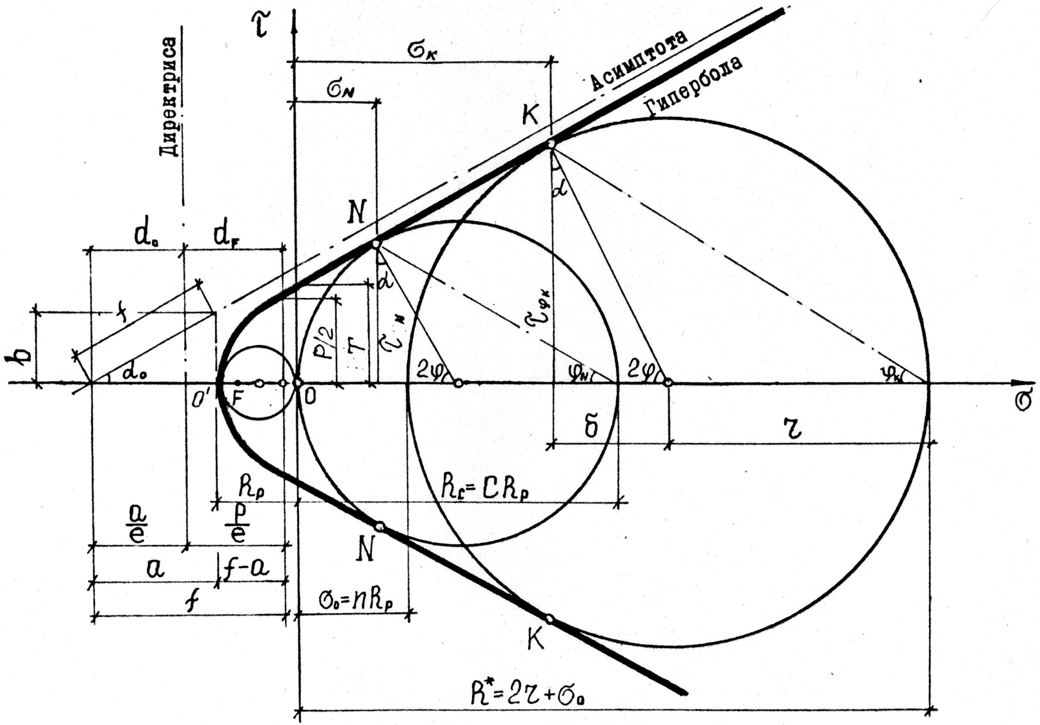
где $x = R_p + \sigma$; параметр $p = 1 = \frac{C}{2} - e\sqrt{(1+C)}$; $\alpha = tg\,\alpha_0 = \frac{b}{a}$; коэффициент хрупкости $C = \frac{R_C}{R_P}$; эксцентриситет $e = \sqrt{1+\alpha^2}$. При $x = R_P$ сопротивление чистоте среза $T = \sqrt{1+C} - e$. При $x = 0$ радиус кривизны гиперболы равняется $\rho = P \cdot R_P$.

Из условия равенства радиусов кривизны в вершине гиперболы и круга растяжения $\frac{R_P}{2}$ вытекает условие минимального значения коэффициента хрупкости, которое получается равным $C_{\min} = 3 + 4\alpha^2$. В частности, при $\alpha = 0{,}65$ получаем C = 4,68, что соответствует бетонам особо низких марок (например, для марки бетона 50 $C = \frac{R_C}{R_P} = 7$). Последнее устанавливает, что огибающая в виде гиперболы может быть использована практически для всех марок бетонов.

Радиус предельного круга определяется из выражения

$$r = \left[P + (n+1)(\alpha^2 + e\sqrt{\alpha^2 + \frac{2P}{n+1}}) \right] R_P . \tag{3}$$

Здесь $n = \sigma_0 / R_P$, где σ_0 – величина бокового обжатия.



Огибающая кругов Мора в виде гиперболы

Следовательно, предел прочности на сжатие получается равным

$$R^* = \sigma_0 + 2r = \left[n + 2P + 2(n+1)(\alpha^2 + e\sqrt{\alpha^2 + \frac{2P}{n+1}}) \right] R_P . \qquad (4)$$

При этом нормальные и касательные напряжения по критической площадке, расположенной под углом $\varphi_к$, составляют:

$$\sigma_к = \frac{(n+1)+r-P}{e^2} R_P = t\,R_P ; \; \tau_к = \sqrt{\alpha^2 (t+1)^2 + 2P(t+1)}\, R_P ,$$

критический угол определяется из выражения $tg\,\varphi_к = \dfrac{\tau_к}{R^* - \sigma_к}$.

Проведенным исследованием установлено, что весьма близкое совпадение теоретических результатов с опытными получается при значении $\alpha = 0,65$.

Если выразить условие прочности в инвариантных координатах и принять $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_0$, то получаем следующее уравнение прочности:

$$\sigma_3^2 + \sigma_0^2 - (4\alpha^2 + 2)\sigma_3\,\sigma_0 - 4R_P\,(P + \alpha^2)(\sigma_3 + \sigma_0) - 4R_P\,(2P + \alpha^2 - P^2) = 0 ,$$

откуда вытекает выражение (4).

Если принять в формуле прочности Филоненко-Бородича (1) γ =1,7 и $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_0$ = nR_P, R_C = CR_P, получим уравнение прочности в виде:

$$\sigma_3^2 - \sigma_3\left[3,4\sigma_0 + (R_C - R_P)\right] + \left[0,3\sigma_0^2 - (R_C - R_P)\,2\sigma_0 - R_C\,R_P\right] = 0 .$$

Решение этого уравнения приводит в частном случае при C=10 к зависимости

$$\sigma_3 = R_P \left\{ 1,7n + 4,5 + \sqrt{(1,7n + 4,5)^2 - 0,3n^2 + (18n + 10)} \right\} . \qquad (5)$$

Обычно принято предельное значение прочности при объемно-напряженном состоянии выражать в форме

$$R^* = R_C + \kappa\,\sigma_0 , \qquad (6)$$

где κ – коэффициент эффективности, учитывающий влияние бокового обжатия σ_0 на увеличение предела прочности.

Если выразить значение бокового обжатия в виде $\sigma_0 = n\,R_P$, где n может изменяться от 0 при осевом одноосном обжатии и до $n = C = R_C \,/\, R_P$ при гидростатическом напряженном состоянии, то приведенное выше выражение (4) запишется в виде:

$$R^* = 2r + \sigma_0 = 2r + nR_P = R_C + \kappa\sigma_0 = R_C + \kappa n R_P .$$

Отсюда

$$\kappa = \frac{R^* - R_C}{nR_P} = \frac{\dfrac{R^*}{R_P} - C}{n} . \tag{7}$$

Значение коэффициента эффективности на основании экспериментальных исследований многих авторов, было рекомендовано принять для бетона постоянным. Так, Рихардом, Брауном, А.А.Гвоздевым [1, 3] было предложено принять κ = 4,1. В действующих нормах проектирования введено значение κ = 4,0. При расчете колонн с сетчатым косвенным армированием значение κ по предложению Б.П.Филиппова [6] принято переменным, зависящим от характеристики сечения, т.е. $\kappa = \dfrac{5+\alpha}{1+4,5\alpha}\cdot 2$, где $\alpha = \dfrac{\mu_\kappa R_a}{R_{nP}}$.

При этом значение коэффициента эффективности изменяется в пределах от 2,2 до 10.

Рассматривая характер изменения коэффициента эффективности в зависимости от интенсивности бокового обжатия и коэффициента хрупкости, легко заметить определенную закономерность, позволяющую линеаризовать эту зависимость в виде выражения

$$\kappa = f(\sigma_0, C) = 3,45 + 0,07C - 0,053n . \tag{8}$$

Таким образом, теория прочности О.Мора при огибающей в виде гиперболы достаточно точно отображает результаты опытов.

Для хрупких материалов с коэффициентом хрупкости $C = 5$ и выше наиболее точные результаты, совпадающие с опытами, можно получить при параметре гиперболы $\alpha = 0,65$.

В практике проектирования удобно применять приближенную формулу (8), выраженную через коэффициент эффективности κ.

Значение коэффициента эффективности κ является переменной, зависящей от интенсивности бокового обжатия и коэффициента хрупкости.

Результаты, получаемые по теории О.Мора, практически совпадают с результатами, полученными по формуле теории прочности Филоненко-Бородича при $\gamma = 1,7$, что связано с правильно выбранной кривой второго порядка, а именно гиперболой.

В дальнейшем такие же исследования целесообразно провести для внецентренносжатых конструкций.

1.Берг О.Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона. – М.: Госстройиздат, 1962. – 95 с.

2.Васильев А.П., Матков Н.Г. Работа внецентренно-сжатых железобетонных элементов с косвенным армированием // Теория железобетона: Сб. – М.: Стройиздат, 1992. – С.101-111.

3.Гвоздев А.А. Расчет конструкции по методу предельного равновесия. – М.: Стройиздат, 1959. – 280 с.

4.Лукша Л.К. Расчет прочности железобетонных конструкций с учетом сложного напряженного состояния. – Минск: Вышэйшая школа, 2000. - 396 с.

5.Филиппов Б.П. Исследование прочности и деформативности сжатых элементов с косвенным армированием. – М.: Стройиздат, 2001. – 138 с.

6.Филоненко-Бородич М.М. Об условиях прочности материалов, обладающих различным сопротивлением растяжению и сжатию // Инженерный сборник. – М.: МГУ, 1971. – С.91-123.

7.Розенблюмас М.А. Возможность применения теории Мора // Сборник Каунасского политехнического института. – Вильнюс, 1999. – С.141-160.

Получено 05.09.2008

УДК 699.841.001.2

РАДВАН МАЗЕН ХУСЕЙН
Харьковский государственный технический университет строительства и архитектуры

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГРУНТОВ ОСНОВАНИЯ И ИХ СЛОИСТОСТИ НА СЕЙСМИЧЕСКИЕ СИЛЫ И УСИЛИЯ

Анализируется влияние слоистости основания на сейсмические силы и усилия для многоэтажных каркасно-стеновых монолитных железобетонных зданий, возводимых в Сирийской Арабской Республике.

Одним из наиболее важных вопросов, решение которых способствует уточнению расчета на сейсмостойкость, является вопрос взаимодействия между сооружением и его основанием (грунтом). Исходя из этого при проектировании и строительстве в сейсмических районах вопросу взаимодействия сооружений и их оснований следует придавать большое значение.

В большинстве проведенных к настоящему времени исследований взаимодействие рассматривается между отдельным зданием и его основанием, в то время как в действительности здание окружено другими зданиями, поэтому при землетрясении имеет место сложная картина взаимодействия зданий между собой и с грунтами их оснований, т.е. происходит их взаимодействие.

При расчете сооружений на сейсмостойкость, а также прогнозировании сейсмического воздействия необходимо иметь достоверные количественные данные о сейсмической нагрузке. Для этого важно уметь правильно оценить изменение интенсивности сейсмических ко-